

# MODELO INTEGRADO KEYNES-SRAFFA

It's intention from the author of this short paper to make a true integration among the Keynesian function of consumption and investment obtained from his book "General Theory..." and the sraffian foundations based also in his book "Production commodities by means commodities". From both economists has been kepted theirs principals features of their economic models. The reader of the following pages will can to make a judgement about this intention. This paper is ended with a brief a Keynesian model about the demand monetary theory of money with sraffian foundations also.

*by/por*

*Antonio Mora Plaza*

# MODELO INTEGRADO KEYNES-SRAFFA

*Antonio Mora Plaza*

## Introducción.

La dificultad de conectar a Keynes y Sraffa entraña la dificultad de relacionar conceptualmente –menos formalmente- dos visiones económicas diferentes. Keynes construye su “*Teoría General...*” criticando a Marshall, Pigou y la ley de Say; Sraffa lo hace en “*Producción de mercancías por medio de mercancías*” desarrollando a Ricardo en su visión del excedente e intentando resolver el problema de su medición objetiva más allá de la influencia de los precios. Keynes crítica explícitamente la ley de Say de que la oferta crea su propia demanda que, unido al postulado –no se puede entender de otra manera- de la flexibilidad de precios y salarios, lleva a la imposibilidad de la existencia de paro indeseado. Dice Keynes textualmente que uno de los postulados de la economía clásica es el de que “*la oferta crea su propia demanda en el sentido de que el precio de la demanda global es igual al precio de la oferta global para cualquier nivel de producción*”<sup>1</sup>. Y en una analogía un tanto forzada dice que esta igualdad de precios debe considerarse como “*el axioma de las paralelas*” de la teoría clásica. Una crítica de Keynes a los clásicos, en mi opinión más consistente, es la idea marshalliana –según Keynes- de que “*el monto global del ahorro y de la inversión son necesariamente iguales*”<sup>2</sup>. Ante esto, Keynes opone la teoría de la demanda efectiva y la posibilidad de paro indeseado (*desocupación involuntaria*) a pesar de un equilibrio en las macromagnitudes de oferta y demanda agregada –o de ahorro e inversión-. Cosa, por otra parte, que se compeadece bastante con la realidad. La primera y principal pieza del esquema keynesiano es sin duda *la propensión marginal al consumo*, que relaciona Consumo y Producción o, dicho con más precisión, *renta disponible para el gasto (ingreso total* en la jerga keynesiana); la segunda es la función de inversión como dependiente de *la eficiencia marginal del capital*, concepto que el propio Keynes admite que toma de Irving Fisher y que luego comentamos. El ahorro para Keynes, a diferencia de los clásicos, será un resto, la diferencia entre el

---

<sup>1</sup> *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero*, FCE, 1992, pág. 31 [The General Theory of Employment, Interest and Money, 1936].

<sup>2</sup> *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero*, FCE, 1992, pág. 160

producción total y consumo total. Yendo ahora a Sraffa, él nos habla de formas o funciones de comportamiento económico: no tiene una teoría de la demanda, ni de la inversión, ni de la producción. Le preocupa, en cambio, el excedente, la distribución, sus límites y su reparto. El frontispicio de su esquema son *la razón-patrón* y *la mercancía-patrón*. Luego vienen conceptos como la reducción del capital a *trabajo fechado*, la diferenciación entre *bienes básicos* y *no básicos*, la *producción conjunta*, etc. Son verdaderamente distintos y, en mi opinión, complementarios. La dificultad es cómo casar ambos sistemas de pensamiento sin violentarlos. Lo que viene es un atrevido intento de este maridaje.

Otra dificultad y tentación es la de un posible mal uso de las matemáticas. Estas son imprescindibles para no cometer errores en las conclusiones y precisar en las hipótesis o postulados, pero deben ir por detrás o, a lo sumo, debajo del brazo de los conceptos y estos, a su vez, de la visión general. Y una vez pasado el Rubicón de los planteamientos formales y posibles demostraciones, volver e interpretar sus conclusiones a la luz de los conceptos económicos. Con este proceder no siempre lo uno va con lo otro en rieles paralelos: a veces los desarrollos formales no nos dicen nada porque el divorcio entre estos y los conceptos económicos son inasumibles; otras, las menos, nos pueden llevar a terrenos impensables e ignotos, pero coherentes y significativos en el terreno de los conceptos, en el de la contrastación y modificar, por ende, el propio esquema conceptual. A priori no se sabe. Lo que está claro es que si no se intenta no se consigue. Aquí, como se verá, se llega a una relación entre la propensión marginal al consumo y la razón-patrón insospechada. Su interpretación económica es más difícil, pero tiene un adjetivo: estabilidad.

### La función de consumo.

Partimos de la ecuación que define el sistema en Sraffa en su primer modelo de producción simple con salarios *post-factum*:

$$(1) \quad PY = wL + (1 + r)PX$$

donde  $P$  es el vector de precios  $1 \times n$ ,  $Y$  la matriz diagonal  $n \times n$  de  $n$  productos finales,  $w$  la tasa de salarios,  $L$  el vector horizontal de inputs de trabajo,  $r$  la tasa de ganancia y  $X$  la matriz cuadrada no diagonal de  $n \times n$  medios de producción. Yendo ahora a Keynes, dice el economista inglés que “definiremos la propensión a consumir como la relación funcional entre un nivel de ingreso dado ( $PY$ ), medido en unidades de salario, y el gastos para el consumo ( $C$ )”<sup>3</sup>. De Keynes tomamos como nivel de ingreso  $PYI$ , es decir, toda la producción, sin más distingos, para poder enlazar las ecuaciones que definen un sistema con el que definen el otro:

$$(2) \quad C = bPYI$$

siendo  $C$  el consumo keynesiano,  $b$  la propensión marginal al consumo, y cuyo valor está comprendido entre cero y uno, e  $I$  el vector vertical de unos. Con ello pasamos del vector de valores de productos final formados por el conjunto de las mercancías a un valor agregado de este producto final susceptible de ser comparado con la idea de consumo de Keynes. La inversión keynesiana  $I_{(k)}$  sería equivalente al conjunto de los medios de producción  $X$  del modelo esrafiano agregado mediante sus precios tal que se cumple:

$$(3) \quad I_{(k)} = PXI$$

La suma del consumo  $C$  y la inversión keynesiana  $I_{(k)}$  sería lo que llama Keynes *el ingreso dado* tal que:

$$(4) \quad C + I_{(k)} = PYI$$

---

<sup>3</sup> *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero*, pág. 88

con lo que el sistema está en equilibrio y hechos los enlaces entre las variables esrafianas y keynesianas. En efecto, si ahora sumamos miembro a miembro (2) y (3) obtenemos (1). Sigamos. Ahora nos faltan los habituales numerarios esrafianos:

$$(6) \quad PYI - PXI = 1$$

$$(7) \quad LI = 1$$

A todas estas añadimos una última ecuación más típicamente esrafiana que es aquella que resulta de hacer cero la tasa de salarios en la ecuación de definición de sus sistema (1):

$$(8) \quad PY = (1 + R)PX$$

siendo  $R$  la razón-patrón a la vez que la tasa máxima de ganancia en el modelo de producción simple de Sraffa. Pues bien, de este conjunto ecuaciones surge la siguiente:

$$(9) \quad \boxed{w = \frac{(1 + R)b - r}{(1 + R)b}}$$

donde vemos enlazados la razón-patrón de Sraffa  $R$  y la propensión al consumo  $b$  de Keynes. Y aparecen los conceptos keynesianos y esrafianos sin, aparentemente, violentar los sistemas conceptuales de ambos. La ecuación (9) es una función lineal decreciente entre salarios y ganancias, y con  $w=1$  como ordenada en el origen cartesiano y como pendiente  $-1/(1+R)b$ .

Si los salarios hubieran sido *pre-factum*, es decir, si la tasa de ganancia  $r$  se extendiera a todos los costes  $wL+PX$ , entonces la ecuación de definición del sistema estaría representada por:

$$(10) \quad PY = (1 + r)[wL + PX]$$

Y el resultado final hubiera sido:

$$(11) \quad \boxed{w = \frac{(1+R)b - r}{(1+r)(1+R)b}}$$

Y la relación entre salarios y ganancias en (11) es una función ¡convexa!, porque su primera derivada es negativa y la segunda positiva, lo que configura un decrecimiento creciente, con puntos de corte tales como  $w(r=0)=1$  y  $r(w=0)=(1+R)b$ .

### Propensión al consumo y razón-patrón.

Sabemos además que existe la relación esrafiana en la producción simple entre tasa de salarios, de ganancia y razón-patrón tal como:

$$(13) \quad w = \frac{R - r}{R}$$

Si ahora eliminamos los salarios entre (9) y (13) queda la relación entre *la propensión del consumo* keynesiano  $b$  y *la razón-patrón* de Sraffa  $R$ :

$$(14) \quad b = \frac{R}{1 + R}$$

La ecuación (14) sería ¡*la condición de estabilidad del sistema keynesiano-esrafiano!* Hay que recordar que en el caso de la producción simple de Sraffa, la razón-patrón es a la vez la tasa máxima de ganancia posible del sistema cuando los salarios son cero y una medida del excedente. Pero esta condición sólo puede darse por casualidad, porque responde a motivaciones y actores diferentes: la propensión al consumo representa la cantidad destinada al consumo del total de lo producido, mientras que las tasas máximas de ganancia representa las posibilidades máximas de ganancia de los empresarios. Dicho de otra forma, la producción ( $PYI$ ), sus rentas derivadas ( $wLI$  más  $rPXI$ ) y el consumo consiguiente de bienes de consumo ( $bPYI$ ), sólo pueden reproducir el sistema con estabilidad por casualidad. El desequilibrio entre producción y consumo sería lo habitual en un mundo –como el nuestro– representado por el conjunto ecuaciones anteriores. Y eso que de entrada se ha supuesto equilibrio en la renovación de los medios de producción por (3).

En realidad la ecuación (14) demuestra la dificultad de encontrar leyes de comportamiento económico que satisfagan las condiciones de estabilidad de un sistema económico. A pesar de que hemos tomado y formalizado los fundamentos mínimos de ambos sistemas de pensamiento –el keynesiano y el esrafiano–, llegamos a una ecuación cuyas variables responden a comportamientos y razones absolutamente dispares. Por un lado la propensión marginal al consumo  $b$  nos da el

comportamiento del Consumo, uno de los dos elementos vitales del esquema keynesiano; por otro la razón-patrón **R** responde a 3 cosas: es la tasa máxima de ganancia en la reproducción simple esrafiana, es una medida relativa del excedente y es una medida de la productividad. Estas 3 últimos aspectos que recoge la razón-patrón responde a motivaciones diferentes y representa aspectos diferentes de los fenómenos económicos que la propensión keynesiana. De ello se deduce que en el mundo real nada hace preveer que pueda darse (14). Y ello, insisto, a pesar de que partimos de los elementos mínimos de los fundamentos, sin los cuales ni existe Keynes ni existe Sraffa en la historia del pensamiento económico. Como se verá más adelante, esta dificultad se resuelve introduciendo dos variables compensatorias: los gastos públicos y los impuestos.



## I - Generalizaciones del modelo integrado: la función de consumo

Todo se puede generalizar a  $n$  tasas de salario mediante la matriz diagonal  $W$ , a  $n$  tasas de ganancia mediante la matriz diagonal  $G$  y a  $n$  tasas de ganancia máximas mediante la matriz también diagonal  $G_m$ , con  $I_d$  como matriz diagonal de unos,  $I$  como el vector vertical de unos, y todo ello con salarios *pre-factum*. Hecho esto, el sistema de ecuaciones que queda es como sigue:

$$(15) \quad PY = [LW + PX](I_d + G)$$

$$(16) \quad PY = PX(I_d + G_m)$$

$$(17) \quad C = bPYI$$

$$(18) \quad I_{(k)} = PXI$$

$$(19) \quad PYI = C + I_{(k)}$$

El conjunto de ecuaciones apenas merece comentarios novedosos. La (15) es la que define el sistema de forma generalizada y, tal es así, que casi podemos insertar en la ecuación los datos obtenidos de las tablas *Input-Output*. En (16) ya no tenemos la razón-patrón de la producción simple, pero tenemos lo equivalente en la producción conjunta *esrafiana* o conjunta generalizada: las  $n$  tasas de ganancia máximas  $G_m$ . La (17) es la función keynesiana de consumo. Las ecuaciones (18) y (19) son ecuaciones de comportamiento y permiten al sistema reproducirse en las mismas condiciones, al menos en lo que respecta a los medios de producción (Sraffa) o bienes de inversión (Keynes). De este conjunto de ecuaciones sale la ecuación de equilibrio, es decir, de reproducción del sistema:

$$(21) \quad PYI = \frac{1}{1-b} \times LW(I + G)(G_m - G)^{-1}I$$

En lado izquierdo de la ecuación representa la oferta agregada de la economía y en la derecha están las rentas salariales y las ganancias que van a representar la demanda, tanto de bienes de consumo como de inversión. Que ambos lados de la ecuación coincidan va a depender de la propensión al consumo de Keynes, es decir, de  $b$ . Pero este representa los deseos de los consumidores y que se concreta en (17). Al igual que en los casos anteriores de reproducción simple *pre* y *post*-

*factum*- la igualdad (21) podrá darse sólo por casualidad, porque el nexo de unión –la propensión al consumo keynesiano- debiera servir para caracterizar un comportamiento –el consumo- a la vez que el equilibrio de la economía entre productores y consumidores. La igualdad (21) podrá cumplirse si los precios actúan con flexibilidad, pero aún así, eso no garantiza el equilibrio (21) y, roto el equilibrio, sobreviene la crisis.

Para que no se vea esto como un ejercicio abstracto, aquí se puede jugar un papel lo público, es decir, utilizando los impuestos y el gasto público para hacer que se cumpla (21). Otra forma de ver esto es como sigue. Del conjunto de ecuaciones anteriores obtenemos la ecuación:

$$(22) \quad b = \frac{LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1}[X^{-1}Y - I_d]I}{LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1}X^{-1}YI}$$

Ahora se puede ver que la propensión al consumo  $b$  de (22) sólo coincidirá con la ecuación de comportamiento keynesiana (17) por pura casualidad. En el modelo anterior, a pesar de sus avances en cuanto al realismo por sus  $n$  tasas de salario,  $n$  tasas de ganancias y  $n$  tasas ganancias máximas, nos faltaban dos sectores: el público y el exterior. Comencemos con el primero. Según eso, el modelo definido por las ecuaciones de (15) a (19), estaría ahora modificado de la siguiente manera:

$$(23) \quad PY = [LW + PX](I_d + G)$$

$$(24) \quad PY = PX(I_d + G_m)$$

$$(25) \quad C = b[PYI - T]$$

$$(26) \quad I_{(k)} = PXI$$

$$(27) \quad PYI = C + I_{(k)} + G_P$$

Aquí ha desaparecido la ecuación (20) del numerario con el fin de que los datos reflejados por las variables sean reales. Ahora en la ecuación de consumo de Keynes (25) se han descontado los impuestos  $T$  de la renta total  $PYI$ , cosa habitual en los modelos macroeconómicos de raíz keynesiana porque  $PYI - T$  refleja mejor la renta disponible para el

gasto. Y, lógicamente, el producto total (oferta) en (27) está confrontado con el gasto total (demanda) que representan el Consumo  $C$ , la Inversión  $I_{(K)}$  y el Gasto Público  $G_P$ . De este conjunto de ecuaciones sale la siguiente:

$$(28) \quad PYI = \frac{1}{1-b} \times [PXI + G_P - bT]$$

$$(28bis) \quad PYI = \frac{1}{1-b} \times [LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1}I + G_P - bT]$$

Esta ecuación es de equilibrio y nos dice que el producto agregado o total de la economía  $PYI$  será igual *por casualidad* a la expresión de la derecha, donde están una versión nueva del multiplicador keynesiano  $1/(1-b)$ , el conjunto de los medios de producción empleados, el Gasto Público  $G_P$  y los impuestos  $T$ . Hay que insistir en lo de la casualidad, porque nada hay en el comportamiento de los consumidores que indique que van a consumir -a partir de una propensión al consumo  $b$ - una cantidad que haga igual el lado izquierda de (28) con el derecho. En cambio, sí podemos darle la vuelta a (28) y considerarlo como una guía para el gobierno en cuanto a la relación y cantidades entre gastos públicos e impuestos, de tal forma que estos alcancen niveles que hagan posible esa igualación. Dicho de otra manera, la ecuación (28) sólo puede cumplirse si, desde lo público, se buscan niveles de gasto público e impuestos tales que, dados la propensión al consumo  $b$ , los precios  $P$ , los productos finales  $Y$  y los medios de producción  $X$ , se cumpla la igualdad (28). Si despejamos los gastos públicos para tener una idea algebraica para tal fin obtenemos:

$$(29) \quad G_P = (1-b)PYI - PXI + bT$$

En (29) tenemos los niveles de gasto público  $G_P$  necesarios para mantener la igualdad (el equilibrio) entre producción y gasto de la ecuación (27). En (29) se puede comprobar que si tomamos el producto neto  $PYI - PXI$  como numerario y reducimos los salarios  $W$ , las tasas de ganancias  $G$  y las tasas máximas de ganancia  $G_m$  a un escalar, entonces la ecuación (29), con las sustituciones pertinentes de (23) a (27), se convierte en la ecuación (14), solo que con la tasa máxima de ganancia  $g_m$  en lugar de la razón-patrón  $R$ . Estamos pues muy lejos del modelo

keynesiano-versión Hicks-Hansen<sup>4</sup> de equilibrio *IS-LM*, porque aquí nada asegura que, sin el concurso de lo público, pueda haber equilibrio y, por tanto, reproducción del sistema. Y eso a pesar de que hemos empujado desde el principio al equilibrio, porque hemos supuesto que *la inversión deseada* keynesiana  $I_{(K)}$  sea igual al valor de todos los medios de producción esrafianos  $PXI$ , es decir, (26). Con la (29) en la mano, un gobierno podría combatir o paliar las crisis debidas a una caída de la demanda –o por cualquier cosa que implique desequilibrio en (28)- subiendo el gasto público, o lo contrario si el hecho fuera una subida de la demanda. También puedo hacerlo con los impuestos  $T$ , pero en sentido contrario al gasto público que hemos visto. ¿Y dónde está Sraffa en (29)? Pues justo en los fundamentos, porque de (23) y (24) se obtiene la ecuación de precios:  $P=LW(I_d+G)(G_m-G)^{-1}X^{-1}$ , que sustituida en (29) queda:

$$(29bis) \quad G_P = (1-b)LW(I_d+G)(G_m-G)^{-1}(X^{-1}Y-I_d)I + bT$$

Si para hacer más realista el modelo introducimos además el sector exterior, siendo  $E_X$  las exportaciones e  $I_M$  las importaciones, el modelo quedaría igual que el anterior sólo que con la ecuación (27) convertida en:

$$(30) \quad PYI = C + I_{(k)} + G_P + E_X - I_M$$

Con la anterior y el resto de ecuaciones de la (23) a la (28), obtenemos la ecuación casual –no causal, no hay errata- de equilibrio análoga a la (28):

$$(31) \quad PYI = \frac{1}{1-b} \times [LW(I_d+G)(G_m-G)^{-1}I + G_P - bT + E_X - I_M]$$

Y despejando el Gasto Público que, junto a los impuestos, es un factor autónomo (relativamente al menos) porque dependen de los gobiernos, tenemos:

<sup>4</sup> A nivel de introducción se puede ver *Microeconomics* de Olivier Blanchard, 2000 (*Microeconomía*, edit. Prentice Hall), que es un manual muy utilizado en la enseñanza universitaria.

$$(32) \quad G_p = (1 - b)PYI - PXI + bT - E_x + I_M$$

Lo notable del modelo es que nos da un tratamiento a partir de lo público (gasto público e impuestos) apenas con hipótesis condicionantes. Partimos de fundamentos *esraffianos* con  $n$  tasas de salario, ganancia y ganancia máximas, y, en realidad, sólo se han hecho dos hipótesis de comportamiento económico: una relación entre renta disponible y consumo, y una reproducción de las inversiones al permanecer estables, es decir iguales de un año para otro, los medios de producción (Sraffa) o inversión (Keynes). En (29), (30), (31) y (32) no aparecen las variables esraffianas, pero están implícitas, porque para eso hemos conectado a Keynes con Sraffa. En efecto, de (23) y (24) obtenemos el vector de precios de equilibrio:

$$(33) \quad P = LW(I + G)(G_m - G)^{-1}X^{-1}$$

y sustituidos los precios en (32), sale una ecuación de equilibrio –por casualidad- tal como:

$$(34) \quad G_p = LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1}[(1 - b)X^{-1}Y - I_d]I + bT - E_x + I_M$$

En esta ecuación como en las anteriores, el equilibrio se da si es buscado, porque en realidad conecta dos aspectos de la realidad que no tienen nada que ver: por un lado, los deseos de los consumidores  $b$ , los salarios  $W$ , las ganancias deseadas  $G$ , las exportadores  $E_x$  y las importadores  $I_M$ ; y por otro lado, el nivel de desarrollo de la economía dado por los inputs de trabajo  $L$ , los productos finales  $Y$ , los medios de producción  $X$  y las tasas máximas de ganancia  $G_M$  (que depende a su vez de  $X$  y de  $Y$ ).

Vamos a dar otro paso más y haremos dos supuestos adicionales: que las importaciones, su demanda, depende de los niveles de renta y que el Estado desea mantener equilibrio los ingresos públicos con los gastos públicos. Hacemos ahora explícitos todas las ecuaciones que definen el sistema:

$$(35) \quad PY = [LW + PX](I_d + G)$$

$$(36) \quad PY = PX(I_d + G_m)$$

$$(37) \quad PYI = C + I_{(k)} + G_P + E_X - I_M$$

$$(38) \quad C = b[PYI - T]$$

$$(39) \quad I_{(k)} = PXI$$

$$(40) \quad I_M = cPYI$$

$$(41) \quad G_P = T$$

Como puede comprobarse, hemos añadido las ecuaciones (40) y (41) al sistema anterior. La primera (40) indica esa relación de los modelos keynesianos de que las importaciones (su demanda) depende de los niveles de renta del país importador; la (41) es fruto de un deliberado comportamiento de lo público a medio y largo plazo, aunque nada hay en el mundo real que demuestre que eso sea óptimo desde, por ejemplo, el lado del empleo. Hemos tenido que acomodar la (37) -que es la ecuación de equilibrio global del sistema- para dar entrada tanto a las exportaciones como a las importaciones. Del conjunto de ecuaciones que van de la (37) a la (41) se obtiene la siguiente ecuación que se corresponde con el típico multiplicador keynesiano, aunque rebajado por la relación de proporcionalidad que se ha supuesto entre importaciones y producto agregado:

$$(42) \quad PYI = \frac{1}{1-b+c} \times [PXI + (1-b)G_P + E_X]$$

$$(42) \quad PYI = \frac{1}{1-b+c} \times [LW(I_d + G)(G_M - G)^{-1}I + (1-b)G_P + E_X]$$

Como en los casos anteriores esta igualdad es sólo posible si el gasto público actúa como compensador del sector privado como para evitar caer en desequilibrio. Eso no quita para ver el efecto de *la propensión al consumo* de Keynes  $b$  y la producción agregada  $PYI$ . Ello nos da *el multiplicador*  $1/(1-b+c)$ . Es útil valorar cómo crece  $PYI$  ante variaciones del resto de las variables.

$$(43) \quad \frac{dPYI}{dc} < 0 \quad \frac{dPYI}{dG_P} > 0 \quad \frac{dPYI}{dE_X} > 0$$

El valor de la derivada del producto agregado **PYI** respecto a la propensión al consumo **b** de Keynes va a depender de los valores del resto de las variables. Y el resto de las variaciones del producto agregado respecto a las variables explícitas son típicas de los modelos keynesianos. Ahora procedemos, como de costumbre, sustituyendo la ecuación de precios que salen de la ecuación (35) de definición del sistema esrafiiano y de la (36) que surge al hacer cero la matriz diagonal de salario **W**. Es decir, sustituyendo:

$$(44) \quad P = LW(I + G)(G_m - G)^{-1} X^{-1}$$

en (42) y, tras algunas transformaciones algebraicas elementales y trasponiendo términos, queda:

$$(45) \quad G_p = \frac{1}{1-b} \times [LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1} [(1-b+c)X^{-1}Y - I_d] I - E_x]$$

Y (45) nos da el nivel de gasto público compensatorio que iguale el lado derecho de la ecuación. Puede observarse que la necesidad de gasto público con el fin de equilibrar el sistema, es proporcional a los salarios **W**, creciente –aunque no proporcional- con las tasas de ganancia **G** de la economía privada, proporcional respecto a la propensión de las importaciones **c**, creciente respecto a las tasas máximas de ganancia (tasas a su vez proporcionales del excedente, es decir, de  $X^{-1}Y$ ) e inversamente proporcional a las exportaciones, como cabía esperar. Es notable la riqueza de información contenida en (45), lo delicado que es el gasto público equilibrador, y que todo esto se haya conseguido a partir de supuestos tan sencillos como los implicados. Resumiendo, todo surge de las dos propensiones keynesianas (las del consumo y las de las importaciones) y de los dos supuestos de reproducción equilibrada del sistema: el de las inversiones y el del equilibrio del presupuesto público. Este modelo tan simple requiere un cálculo preciso del gasto público para mantener la economía en equilibrio por los efectos del multiplicador keynesiano  $1/(1-b+c)$ , que actúa como altavoz de los valores del resto del sistema. La excepción son las exportaciones, que es independiente del multiplicador al depender aquellas del desarrollo y crecimiento de los países con los que se comercia.

Quizá lo más importante de lo anterior en este modelo es que no hay fuerza ni comportamientos de los mercados que lleven a la economía al equilibrio. Más bien todo lo contrario, porque los actores del drama tienen intereses propios que no son necesariamente acordes con posibles objetivos de optimización del crecimiento o de reparto de la renta, por ejemplo. Con este modelo representando a la economía de un país, el desequilibrio entre oferta agregada y demanda agregada sería la norma y no la excepción. Y todo ello a pesar del supuesto hecho de la igualdad entre *inversión deseada* keynesiana  $I_{(k)}$  y medios de producción esrafianos  $PXI$ .

Con el fin de acercarnos a la realidad sin perder capacidad de explicación (es decir, teoría), podemos generalizar aún más la ecuación de definición del sistema con la siguiente:

$$(46) \quad P_y Y + PX = [LW + PX](I_d + G)$$

donde en (46) hemos separado los bienes básicos (la matriz  $X$ ) de los no básicos (la matriz  $Y$ ). Además, esta última matriz de bienes básicos no la tenemos que mantener cuadrada, sino que podemos tenerla con un número de filas  $m$  mayor que el de columnas  $n$ , que es tanto como decir que el número de bienes no básicos son mayores que los básicos. O simplemente la podemos suponer distinta, es decir, con  $m$  distinta de  $n$ . A gusto del lector. De esta surge la ecuación típicamente esrafiana cuando los salarios  $W$  se hacen cero:

$$(47) \quad P_y Y + PX = PX (I_d + G)$$

Otra ecuación que cambia es la de las importaciones, porque en este caso dependen proporcionalmente tanto de los bienes básicos como de los no básicos:

$$(48) \quad I_M = c [PYI_M + PXI]$$

El resto de las ecuaciones son (37), (38), (39) y (41). De estas, más la (46), (47) y (48) anteriores, surge la ecuación del multiplicador de la renta habitual con alguna modificación:



$$(49) \quad P_y YI = \frac{1}{1-b+c} \times \left[ E_x - cLW(I_d + G)(G_M - G)^{-1}I + (1-b)G_P \right]$$

Y donde (49) ya no nos da el multiplicador de toda la producción agregada ( $PYI$ ), sino la de los productos no básicos ( $P_y YI$ ). El Gasto Público de equilibrio ha de estar fijado mediante:

$$(50) \quad G_P = \frac{1}{1-b} \times \left[ (1-b+c)P_y YI + cLW(I_d + G)(G_m - G)^{-1}I - E_x \right]$$

### Estimación de la tasa máxima de ganancia.

Este maridaje entre Sraffa y Keynes guarda también otros aspectos de interés. La mayor innovación respecto a los puros modelos keynesianos son las inquietantes tasas máximas de ganancia. Aunque no se pueden desligar en este modelo de los precios  $P$  –a diferencia que en la producción simple de Sraffa-, aquí podemos considerar la posibilidad de extraerlos de la ecuación (36) si convertimos la matriz diagonal de tasas máximas  $G_M$  en un escalar mediante las ecuaciones:

$$(51) \quad PYI - PXI = PXG_m I = g_m PXI$$

Y despejando el escalar (una media) de las tasas máximas  $g_m$ . De (51), por definición, se obtiene que esa tasa máxima única de ganancia  $g_m$  es una medida del excedente. En efecto, de (51) sale:

$$(52) \quad g_m = \frac{P(Y - X)I}{PXI}$$

De lo anterior podemos conjeturar que existe una relación entre  $g_m$  y la expresión  $X^{-1}Y$  que ya ha aparecido en (45). Una forma de calcular mediante el método de prueba y error las tasas máximas de ganancia es con (44). Ahí vemos que podemos aumentar las tasas de ganancia hasta acercarnos a las máximas porque tenemos un criterio para tal acercamiento: los precios. Aquellas serán máximas cuando los precios tiendan a infinito y pasen súbitamente a precios negativos viniendo desde el infinito. Aunque Sraffa no aporta casi nunca los aspectos formales de sus deducciones, este método aparece implícito –o se puede deducir de ello- en el apéndice *B* de su libro sobre “*los productos no básicos que se auto-reproducen*”, donde, en cambio, sí aparece un gráfico que justifica (44). La expresión  $X^{-1}Y$  es importante por varias cosas: porque aparece (45) para determinar el gasto público de equilibrio; porque es genuino de la aportación de Sraffa en este modelo que en un principio parece sesgado al lado de Keynes; porque es una medida del excedente, porque da la ganancia máxima, y por último, porque es a su vez una medida de la productividad del sistema, aunque no referido directamente a los inputs de trabajo. En efecto, cuanto más altos sean los elementos de la matriz resultante  $X^{-1}Y$ , más alto serán la productividad del sistema, más amplio el excedente y

mayores las tasas máximas posibles del sistema. Y hay que recordar que el Gasto Público en (45) es proporcional a  $X^{-1}Y$ .

Otra forma de abordar la estimación de las tasas máximas de ganancia es como sigue. Por un lado tenemos la ecuación de precios derivada de la definición del sistema (35):

$$(53) \quad P = LW (I_d + G) [Y - X (I + G)]^{-1}$$

Por otro la ecuación de precios derivada de hacer cero las tasas de salario también en la ecuación de definición del sistema (35):

$$(54) \quad P = LW (I_d + G) [(G_m - G)^{-1} X^{-1}]$$

A simple vista se puede observar que se puede establecer una relación lineal entre la resultante de la matriz entre corchetes de (53) y la de (54) y por ello se puede establecer la siguiente relación:

$$(55) \quad [Y - X (I_d + G)]^{-1} = [(G_m - G)^{-1} X^{-1}] F$$

siendo  $F$  una matriz *diagonal* que podemos calcular porque tenemos  $n$  ecuaciones y  $n$  incógnitas. Si ahora hacemos las tasas de salario igual a cero, la nueva relación de (50) queda:

$$(56) \quad [Y - X]^{-1} = G_m^{-1} X^{-1} H$$

siendo a su vez  $H$  la nueva matriz diagonal que hace posible (56). Y pre-multiplicando (51) por  $G_m$  y post-multiplicando por  $(Y - X)$  sale:

$$(57) \quad G_m = X^{-1} H (Y - X)$$

Y (57) puede escribirse como:

$$(58) \quad G_m = X^{-1} H (Y - X) = M X^{-1} Y$$

Con  $M$  también como matriz *diagonal* -y dependiente de  $H$ - que permite estimar las tasas máximas de ganancia. La ecuación (58) nos dice que las tasa máximas de ganancia son proporcionales a una media ponderada de los coeficientes de productividad del sistema que representa  $X^{-1}Y$ .

## II – Generalización del modelo integrado: la función de inversión.

Vamos ahora a completar el modelo *Keynes-Sraffa* de funcionamiento de una economía con otra pieza básica: la inversión. Hasta ahora no hemos supuesto comportamiento alguno sobre la inversión planeada keynesiana porque al igualarla al conjunto de los medios de producción empleados ha quedado camuflado en esta condición de equilibrio. En Keynes permanece esa confusión entre el capital como una suma de dinero y como un conjunto de bienes de producción, porque sigue la tradición neoclásica de que lo que importa “*es la relación entre el rendimiento probable de un bien de capital y su precio de oferta o de reposición, es decir, la que hay entre el rendimiento probable de una unidad más de esa clase de capital y el costo de producirla*”<sup>5</sup>. Esa relación nos da “*la eficiencia marginal del capital*”<sup>6</sup>, concepto que el propio Keynes recoge de Irving Fisher en el libro de este último *Theory of Interest*. Aceptando que un bien de capital en Keynes es equivalente a un medio de producción en Sraffa, la idea de la eficiencia marginal del capital entraña la posibilidad de ordenar los diferentes proyectos de inversión (los del pasado y los planeados) de acuerdo con lo que en lenguaje financiero es *la tasa interna de rendimiento* de las inversiones o tasa de retorno, entendidas estas antes de su concreción como un monto de dinero dispuesto a la compra/creación de bienes de capital físico. Con la salvedad de que Keynes es un economista y no un simple financiero o mero contable – como los que salen de las escuelas de negocios de ahora- y sabe que lo relevante desde el punto de vista global –lo que será luego la macroeconomía- son los bienes de capital físicos y que son activos en sí mismos, mientras que los activos financieros tienen sus correspondientes pasivos (son activos para los que lo poseen y pasivos para los que los emiten), por lo que se compensan entre sí. Y lo que queda en la retribución del capital financiero (o monto de dinero dispuesto para la inversión) es la posibilidad de arañar a la tasa de ganancia derivada de la economía real una proporción de ella. Sin embargo, la dificultad de distinguir entre ambos es grande –e interesada- como se ve en la que el propio Keynes recoge de Fisher de *tasa de rendimiento sobre coste* como aquella que “*usada para medir el valor presente de todos los costos y el de todos los rendimientos*

---

<sup>5</sup> Teoría General del Interés, la Ocupación y el Dinero, FCE, 1992 (1932), pág. 125.

<sup>6</sup> Teoría General del Interés, la Ocupación y el Dinero, FCE, 1992 (1932), pág. 129.

igualará ambos”<sup>7</sup>. Se vuelve de nuevo a la confusión, sin saber exactamente si ese valor presente de los costes se refiere a un monto de dinero o al desgaste del capital (amortización) como medio de producción físico. Sobreentendemos que se refiere a esto último. En definitiva, lo de *la eficiencia marginal del capital* ha de entenderse como un método de ordenación de la rentabilidad de las inversiones en medios de producción (aquí se enlaza con Sraffa), de tal manera que, a mayor exigencia en la tasa de rentabilidad (o rendimiento), menores inversiones (gastos, monto de dinero) en medios de producción; y, a menor rentabilidad, mayor dedicación a aumentar esos medios. Con ello se puede escribir la siguiente ecuación de comportamiento de la inversión (real, en medios de producción):

$$(59) \quad I_{(k)} = PDXe^{-rt}$$

siendo  $P$  el vector de precios de medios ya conocido,  $D$  una matriz diagonal de *coeficientes de proporcionalidad* que nos da el gasto en inversiones en función de los medios utilizados  $X$  y  $r$  la *tasa de interés del capital* que pretende evaluar la eficiencia marginal del capital keynesiano. Esta tasa es diferente de la tasa de rendimiento interno de las inversiones antes apuntada, pero íntimamente relacionada mediante:

$$(60) \quad I_{(k)} = \sum_{i=0}^{i=n-1} \frac{R_i}{(1+r_k)^i}$$

con  $r_k$  como *tasa interna de rendimiento de las inversiones*. En realidad (60) sería también una ecuación de equilibrio, porque esa tasa interna es la que iguala los rendimientos actualizados (lado derecho de la ecuación) con los costes (véase la definición de Fisher anteriormente aludida). Con lo anterior vamos a especificar un nuevo *modelo integrado Keynes-Sraffa* con las siguientes ecuaciones:

$$(61) \quad P_y Y + P_z Z = [LW + PX](I_d + G)$$

donde  $P_y$  son los  $m$  precios de bienes de consumo (no básicos),  $Y$  la matriz  $m \times n$  de  $m \times n$  bienes de consumo,  $P_z$  los  $n$  precios de los  $n \times n$

---

<sup>7</sup> Teoría General del Interés, la Ocupación y el Dinero, FCE, 1992 (1932), pág. 129.

productos finales  $Z$  que se utilizan como medios de producción en el período siguiente (básicos),  $P$  los precios de medios de producción de la matriz  $X$  que es  $n \times n$ . El resto de las variables ya se han definido con profusión anteriormente. De (56) surge:

$$(62) \quad P_y Y + P_z Z = PX(I_d + G_m)$$

al hacer cero la matriz diagonal de salarios  $W$ . Entonces  $G_m$  sería la matriz de tasas de ganancia máxima que ya hemos visto que se puede estimar mediante  $G_m = MX^{-1}Y$ , siendo  $M$  una matriz diagonal que establece esa proporcionalidad entre tasas máximas y relaciones producto/medio, aunque en este caso puede variar esa relación al separar en el producto final bienes de consumo  $Y$  y medios de producción producidos  $Z$ . La ecuación de equilibrio del sistema keynesiano es como sigue:

$$(63) \quad P_y YI + P_z ZI + I_M = C + I_{(k)} + G_P + E_X$$

A veces se presenta la anterior como una identidad, pero es un error, una manera de sobrevivencia de la *ley de Say*. Que es un equilibrio –si lo es– se debe a que los actores de esas demandas y ofertas no son los mismos, o al menos, no coinciden exactamente, y las motivaciones son distintas. Partimos de entrada de esa situación y que los precios, su variabilidad, han obrado el milagro de (63). La ecuación del consumo  $C$  es la keynesiana habitual de aquel como una proporción estable de la renta disponible para el gasto, que traducida al modelo que presentamos, es el conjunto de bienes de consumo  $Y$ :

$$(64) \quad C = b[P_y YI - T]$$

que no exige más explicación, aunque recordamos que  $T$  son los impuestos (todos) del sistema y  $b$  la propensión al consumo keynesiana. Pues bien, del conjunto de ecuaciones que van de la (59) a la (64), donde la (61) y (62) son esrafianas y el resto keynesianas, obtenemos el multiplicador de la renta (del producto de bienes de consumo en nuestro caso):

$$(65) \quad P_y YI = \frac{1}{1-b} \times [G_P - bT + E_X - I_M + PDXe^{-rt}I - P_z ZI]$$

Al igual que en los modelos anteriores, la ecuación (65) sólo puede existir con el signo de igualdad si el Gasto Público  $G_P$  y los impuesto  $T$  se establecen a propósito. Si ahora establecemos la condición de equilibrio presupuestario, es decir, si hacemos que:

$$(66) \quad G_P = T$$

y despejamos el Gasto Público  $G_P$ , se obtiene la ecuación que podríamos llamar de *gasto público compensatorio*:

$$(67) \quad G_P = P_y YI - \frac{1}{1-b} \times (E_X - I_M) + \frac{1}{1-b} \times [PZ_z I - PDXe^{-rt}I]$$

De la realidad que hay detrás de las variables en (67) podemos asegurar que nada augura que pueda darse la igualdad por las fuerzas del mercado. Veamos: los precios de los bienes de consumo  $P_y$  y de medios de producción obtenidos  $P_z$  responden, en el mejor de los casos, a las leyes de oferta y demanda de sus mercados, y no tienen que ver ni con el déficit (o superávit) exterior  $E_X - I_M$ , ni con las decisiones de inversión que intenta recoger  $PDXe^{-rt}I$ ; las exportaciones responden a los deseos de consumo de los países con los que se comercia; las decisiones de inversión tienen que ver con los tipos de interés financiero  $r$  con los que se está operando y/o previendo que van a dar en el futuro. Son actores y mercados distintos que responden motivaciones distintas. Sólo desde lo público se puede establecer un nivel del gasto público que produzca la igualdad (67). Vemos ya lo alejado que estamos del modelo de equilibrio *IS-LM* de Hicks-Hansen. Con el fin de simplificar el modelo, vamos a suponer que el valor global los medios de producción producidos  $Z$  es igual al valor de los medios empleados  $X$  y también sus precios, es decir, que se cumpla:

$$(68) \quad P_z ZI = PXI$$

Con ello (62) queda en:



$$(69) \quad G_p = P_y YI - \frac{1}{1-b} \times (E_x - I_M) + \frac{1}{1-b} \times P[X - DXe^{-rt}]I$$

Viendo (69) apenas hemos pasado de Keynes a Sraffa, pero es ahora cuando se va a poder utilizar las ecuaciones de definición del sistema (61) más la (62) de definición al hacer cero los salarios  $W$ , más la (68) de igualación de medios de producción y sus precios con los productos finales, que van a ser medios a su vez en el período siguiente (básicos). Manipulando algebraicamente estas ecuaciones y sustituyéndolas convenientemente en (69) quedan:

$$(70) \quad P_y YI = G_p + \frac{1}{1-b} \times [(E_x - I_M) + LW(I+G)(G_m - G)^{-1}(X^{-1}DXe^{-rt} - I_d)]I$$

$$(70b) \quad G_p = \frac{1}{1-b} \times (I_M - E_x) + \frac{1}{1-b} \times LW(I+G)(G_m - G)^{-1}[(1-b)G_m + I_d - X^{-1}DXe^{-rt}I_d]I$$

Aquí las variables monetarias son las ganancias, los salarios y la tasa interna de rendimiento de la inversión  $r$ , que está relacionada con la eficiencia marginal del capital de Keynes con (59) y (60). No así, en cambio, las ganancias máximas, que hemos visto que dependen muy directamente de los medios de producción y de los productos finales (58). En este *modelo integrado Keynes-Sraffa* no hay posibilidad de que los precios jueguen ningún papel equilibrador en la ecuación anterior simplemente porque no están. Tampoco pueden jugarlo salarios y ganancias que responden a los deseos de trabajadores y empresarios en mejorar sus rentas. Y nada tiene que ver éstas con los posibles déficits comerciales o con las decisiones de inversión, con la salvedad de que es posible que una mejora de las ganancias  $G$  permitan abordar inversiones en medios de producción independientemente de las tasas de retorno o rendimiento de las inversiones planeadas.

Resulta tentador establecer algún tipo de relación formal entre estas tasas de ganancia  $G$  en pos de la disputa del excedente y las tasas de rendimiento interno  $r$  que van a incidir en la inversión futura. Ello exige conectar dos mundos muy diferentes: el esrafiano de la lucha por el excedente y el keynesiano de la inversión a través de la evaluación de la eficiente marginal del capital. Demasiado distintos como para forzar su conjunción. Mejor dejar ambas como variables exógenas, al menos en este modelo. Cosa distinta sería si completáramos el mismo

con la teoría keynesiana de la demanda de dinero y su preferencia por la liquidez<sup>8</sup>. En (70) se puede ver que hay una relación creciente (a veces proporcional) entre gasto público  $G_P$  y déficit comercial ( $I_M - E_X$ ), propensión marginal al consumo  $b$ , salarios  $W$ , tasas de ganancia  $G$  y tasa de rendimiento  $r$ . Con las tasas de ganancia máxima es ambiguo. Dicho de otra manera, *si se quiere mantener el equilibrio en la economía y no caer en ciclos o recesiones –o lo contrario-, ha de aumentarse el gasto público si aumenta el déficit comercial, la propensión al consumo, los salarios, las tasas de ganancia y la tasa de rendimiento interno de las inversiones planeadas; ha de reducirse si ocurre lo contrario.*

La mayor parte de la explicación económica de estas dependencias que surgen de (70) se derivan de la necesidad de mantener en equilibrio del sistema retratado en (63), pero también al efecto multiplicador típico keynesiano de la propensión al consumo  $b$ , que hace que un aumento suyo haga aumentar las rentas y con ello el consumo y la producción. Este es el caso de los impuestos  $T$  en (64), que aumentan al aumentar la propensión al consumo debido a un aumento de la renta disponible para el gasto derivada del consumo en bienes (no básicos  $Y$ ); con ello ha de aumentarse el gasto público para mantener el equilibrio presupuestario. Por otro lado, en (68) vemos que si da equilibrio en el sector exterior –es decir, si  $I_M = E_X$ - el resultado final es nulo en cuanto a la incidencia en el gasto público, pero si se produce un déficit porque las importaciones superen a las exportaciones, ha de aumentarse el gasto público para igualar la demanda con la oferta en (63); ha de reducirse si sucede lo contrario. En este modelo no hay un mecanismo vía *producción-renta-consumo* que permita equilibrar los déficits exteriores, porque no se ha supuesto dependencia entre las importaciones y la producción interna, pero en los modelo keynesianos habituales sí se hace.

No hemos tomado ningún numerario, por lo que estas afirmaciones se pueden hacer en términos relativos, es decir, en términos del numerario que se tome. En el caso de Keynes el candidato a numerario sería lo que el llama *los salarios nominales*<sup>9</sup>. No se ha hecho porque eso nada hace cambiar las conclusiones, salvo que se

<sup>8</sup> Teoría General del Interés, la Ocupación y el Dinero, FCE, 1992 (1932), pág. 218.

<sup>9</sup> Teoría General del Interés, la Ocupación y el Dinero, FCE, 1992 (1932), pág. 231.

suponga un comportamiento distinto para el consumo entre los salarios nominales y los reales (descontados la inflación).

Resumiendo lo aportado, se puede afirmar que en este modelo de la función de consumo y de inversión ambos economistas han aportado lo característico de ambos: Keynes su función de consumo basado en la estabilidad (supuesta) de la propensión al gasto y la decisión planeada de inversión basada en la eficiencia marginal del capital (íntimamente relacionada con la tasa de rendimiento interno de la inversión); Sraffa ha aportado su modelo económico de formación de los precios basado en un margen sobre los costes (ecuación de definición del sistema) más la tasa máxima de ganancia dependiente los medios de producción y productos finales, que es en sí misma una medida del excedente. Y del maridaje de ambos se ha producido una verdadera integración en (70), donde han desaparecido los precios y nos hemos quedado con lo característico de ambos: propensión al consumo, tasa de interés según eficiencia marginal, tasas de ganancia, tasas de salarios y tasas máxima de ganancia como medida del excedente. Y este modelo corrobora la idea de Keynes de la demanda efectiva. De hecho, la igualdad en (70) sólo es posible mediante un acto deliberado del Estado aportando un gasto público equilibrador. Y nos indica el camino antes señalado para combatir el ciclo. Y todo eso a pesar de las concesiones al equilibrio que se han hecho: se ha partido de un equilibrio entre la demanda agregada con la oferta agregada (63), se ha equilibrado el presupuesto (66) y se han igualado los medios y precios de los productos producidos con los empleados (68). La visión neoclásica –imperante en los textos que se enseñan- ha quedado abandonada, las neo-keynesianas amoldables a los supuestos neoclásicos de flexibilidad de precios y salarios también quedan apartadas, y la keynesiana de la demanda efectiva ha mostrado los límites y las condiciones previas para mantener su eficacia en la lucha contra los ciclos y crisis mediante una política compensatoria del gasto público. El modelo se podría complicar aún más si hiciéramos depender las importaciones de la producción interna o si no se respetaran los equilibrios mencionados.

## Hacia un esbozo de macroeconomía a partir de Sraffa

Para terminar este trabajo vamos a esbozar cuál sería el camino que nos llevaría a una macroeconomía de raíz esrafiana sin violentar en lo posible el espíritu del economista italiano. Hasta ahora hemos integrado a Sraffa y a Keynes partiendo de los fundamentos de ambos: las ecuaciones generalizadas de precios que definen el modelo intersectorial del primero con las funciones de consumo y de inversión del segundo. Aunque todo es opinable, parece claro que está en el núcleo duro del modelo keynesiano su función de consumo; también tiene esa misma claridad que esa función es ajena a Sraffa puesto que este no parte de su modelo ni tan siquiera de una función de demanda, sea de bienes de consumo o de inversión. Por lo tanto, un modelo puramente macroeconómico inspirado en su libro básico no podría contar con esa función. Sin embargo, para llegar a tener un desarrollo esrafiano en términos de magnitudes agregadas, parece ineludible incorporar al modelo del turinés una función de consumo porque con lo que dejó Sraffa apenas podríamos avanzar más allá de sus fundamentos, con lo que su modelo se vuelve estéril para explicar determinados fenómenos como pueden ser los ciclos, las crisis, los aspectos financieros, el papel de los gobiernos en la economía, etc. En mi opinión, lo único que nos está vedado en los posibles desarrollos de modelos esrafianos es la relación entre los dos componentes básicos del excedente: los salarios y las ganancias. Ambas deben depender la una de la otra y no venir dadas por explicaciones o factores productivos.

Sí, en cambio, me parece sostenible una función de inversión que haga depender esta de tipos de interés reales y la amortización de los medios de producción de la cantidad existente en cada momento. Creo que esta interpretación es coherente –aunque pueda haber otras– con el capítulo del trabajo fijo y del referido a la reducción del trabajo fechado del libro de Sraffa. Por ello y sin más dilación, planteamos un posible modelo de raíz esrafiano no keynesiano.

$$(71) \quad P_y Y + P_z Z = [LW + PX](I_d + G)$$

$$(72) \quad P_y Y + P_z Z = PX(I_d + G_m)$$

$$(73) \quad P_y YI + P_z ZI = C + I_k + G_p - T + E_x - I_m$$

$$(74) \quad C = cLWI + d[LW + PX]GI$$

$$(75) \quad I_k = PDXe^{-rt}$$

$$(76) \quad P_zZI = PXI$$

Salvo la (74) todas las demás ecuaciones las hemos visto antes y justificado, por lo que no insistimos más en ello. La ecuación que cambia el modelo respecto a lo visto en anteriores epígrafes es precisamente esta. Con ella estamos más cerca de Marx que de Keynes, porque lo que viene a ser la ecuación es una concreción de un supuesto sobre el comportamiento en el consumo: nos dice que la demanda de bienes de consumo  $C$  –el resto son de inversión– está determinado proporcionalmente por las rentas salariales  $LWI$  y por las rentas empresariales  $(LW+PX)GI$ , dejando la demanda de medios de producción  $PXI$  igualada con la oferta de estos medios como productos finales  $P_zZI$ . La matriz de bienes de consumo final  $Y$  puede ser  $m \times n$  y sus precios  $P_y$ ,  $1 \times n$ .  $T$  son los impuestos cobrados a los que no se atribuye ninguna relación funcional. Pues bien, de este conjunto de ecuaciones obtenemos la que sigue

(77)

$$P_y Y I = G_p - T + E_x - I_m + LW \left[ (I_d + G)(G_m - G)^{-1} [X^{-1} D X e^{-rt} - I_d + dG] + cI + dG \right] I$$

Comparada (77) con su equivalente del modelo anterior vemos que el conjunto de los bienes de consumo  $P_y Y I$  depende de las mismas variables, pero hay una diferencia fundamental: aquí no hay multiplicador. En efecto, al no existir *propensión marginal al consumo* que relacione consumo con renta disponible para el gasto, el consumo no se hace depender de esta renta, sino directamente de las rentas salariales y empresariales (74). Sí, en cambio, es equivalente en lo que atañe al presupuesto público  $G_p - T$ : este es claramente *compensatorio* en este modelo, porque nada hace prever que los comportamientos que recogen los productos finales en bienes de consumo  $Y$ , los medios de producción de inicio  $X$ , las masas salariales  $LW$ , los deseos de ganancias expresados por  $G$ , los parámetros de consumo  $c$  y  $d$ , los coeficientes de inversión  $D$ , los tipos de interés exigidos a las inversiones  $r$ , la demanda de exportaciones  $E_x$  y la de los importadores  $I_m$ , sean tales que, puestos en la coctelera de (77), coincidan mediante el signo de igualdad tal como se expresa en esta ecuación. Son actores y egoísmos diferentes. Sólo un saldo presupuestario público deliberado

$G_p-T$  puede casar tanta variable, puede hacer posible tanta poligamia. Dicho de otra manera, en este modelo macroeconómico de inspiración esrafiana –pero no imputable a Sraffa- no existen fuerzas económicas que tiendan al equilibrio entre producción y consumo, entre amortización y renovación de las inversiones, entre deseos de ganancias y necesidades salariales. Para equilibrar demandas con ofertas, los deseos con las realizaciones, sólo desde lo público se puede buscar el equilibrio. De (77) obtenemos (78) si despejamos el gasto público:

(78)

$$G_p-T = P_y Y I + I_m - E_x + LW \left[ (I_d + G)(G_m - G)^{-1} [I_d - X^{-1} D X e^{-rt} - dG] - c I_d - dG \right] I$$

De (78) sabemos cómo ha de variar el *déficit presupuestario público*  $G_p-T$  si aumentan las variables del lado derecho de la igualdad: habrá de aumentarse si aumenta la producción de bienes de consumo  $Y$ , si lo hacen sus precios  $P_y$ , si aumenta el déficit comercial  $I_m - E_x$ , las masas salariales  $LW$ , los tipos de interés  $r$ ; deberá reducirse el gasto público si aumentan las demandas de consumo a través de los coeficientes  $c$  y  $d$ , es decir, por cambios de comportamiento o pautas de consumo y no por aumento de sus rentas (que hemos visto que ocurre lo contrario). Lo que ha de hacerse en el gasto público si aumentan las tasas de ganancia  $G$  y las tasas de ganancia máximas  $G_m$  queda indeterminado porque depende de los valores concretos de los coeficientes de inversión  $D$  y de los anteriores coeficientes de consumo  $c$  y  $d$ .

Del conjunto de ecuaciones que van de la (71) a la (76) aún podemos obtener otra relación entre las variables sin que aparezca implícita el conjunto de los valores de los bienes y servicios de consumo  $P_y Y I$  porque los grados de libertad nos lo permite. Esta es la (79):

$$G_p-T = I_m - E_x + LW \left[ (I_d + G)(G_m - G)^{-1} [I_d + G_m - X^{-1} D X e^{-rt} - dG] - c I_d - dG \right] I$$

La necesidad de igualar demanda agregada con oferta agregada y de (79) tenemos asegurado el sentido del crecimiento del déficit presupuestario público  $G_p-T$  si aumenta el déficit  $I_m - E_x$ , las tasas de interés real  $r$ , la proporción de las rentas salariales  $LW$  destinadas al consumo, es decir,  $c$ , y los coeficientes de proporcionalidad de las inversiones  $D$ : en todos los casos la relación es creciente. La explicaciones económicas son como siguen: si aumenta el déficit

comercial significa que las exportaciones son insuficientes para equilibrar las importaciones y, con ello, la de mantener el equilibrio entre la oferta agregada  $P_yYI+P_zZI+I_m$  con la demanda agregada  $C+I_k+G_p-T+E_x$ , por lo que ha de compensarse con un aumento del déficit presupuestario público; un aumento de los tipos de interés reales  $r$  de la economía disminuirá el gasto destinado a las inversiones futuras, por lo que el equilibrio exige la misma acción anterior por la misma causa, dado que las inversiones forman parte de la demanda agregada; por último, un aumento de las pautas de consumo expresado por un aumento del coeficiente  $c$  supondrá un aumento de la demanda agregada que deberá compensarse con una disminución del déficit presupuestario. Del resto de las posibles variables  $L$ ,  $W$ ,  $G$ ,  $G_m$  y  $d$ , el resultado no es unívoco, y va a depender de los coeficientes de comportamiento en el consumo  $c$  y  $d$ , de las tasas de ganancia  $G$  y de los coeficientes de inversión de la matriz  $D$ . Damos como parámetros las tasas máximas de ganancia  $G_m$  (que dependen sólo de  $Y$  y  $X$ ), y de los propios valores de productos finales  $Y$  y de medios de producción  $X$ .

Por el interés que tiene en el modelo la necesidad o no de aumentar el déficit presupuestario  $G_p-T$  si aumentan las pautas de consumo reflejadas por los coeficientes  $c$  y  $d$ , desarrollamos ahora este punto. Para ello vamos a simplificar (79) para valores unitarios a sabiendas de que las mismas conclusiones se obtendrían con la panoplia de tipos de ganancia, salarios y ganancias máximas que representan  $G$ ,  $W$  y  $G_m$ . Para ello vamos a hacer que:

$$(80) \quad G = gI_d \quad W = wI_d \quad G_m = g_mI_d$$

siendo  $I_d$ , como siempre, el vector diagonal de unos. O dicho de otra forma, vamos a suponer iguales entre sí todas las tasas de ganancia, las tasas de salario y las tasas de ganancia máximas. Además vamos a dividir (79) por el valor total de los inputs de trabajo medido en horas de trabajo, es decir, entre  $LI$ . Con esta división y con (80), la ecuación (79) se transforma en (81):

$$\frac{G_p-T}{LI} = \frac{I_m-E_x}{LI} + \frac{w(1+g)(1+g_m-dg)LI}{(g_m-g)LI} - \frac{w(1+g)}{g_m-g} \times \frac{LX^{-1}DXe^{-rt}I}{LI} - w(c+dg) \times \frac{LI}{LI}$$

Vamos a partir ahora de que la balanza comercial exterior está equilibrada, es decir, hacemos que:

$$(82) \quad E_x = I_m$$

Además, y por comodidad, vamos a llamar  $f$  a:

$$(83) \quad f = \frac{LX^{-1}DXe^{-rt}I}{LI}$$

Ahora ya podemos afirmar con (81), (82) y (83) que el saldo presupuestario ha de ser deficitario, es decir  $G_p \Rightarrow T$ , si se cumpliera:

$$(84) \quad (1+g)(1+g_m) \Rightarrow (1+g)(f+dg) + (c+dg)(g_m-g)$$

que es *la ecuación de equilibrio del sistema*. Y ello ocurrirá si la tasa de ganancia  $g$  permanece por debajo de:

$$(85) \quad g \leq \frac{1-f+(1-c)g_m}{f-1+d-c-(1-d)g_m}$$

La inecuación anterior se cumplirá a su vez si las pautas de consumo expresadas por los coeficiente  $c$  y  $d$  quedan *simultáneamente* como:

$$(86) \quad \text{si } g \text{ cumple (85)} \Rightarrow c \leq \frac{1+g_m-f}{g_m} \leq 1 \Rightarrow 1 \leq f \leq 1+g_m$$

$$(87) \quad \text{y además } d > \frac{1+g_m-f+c}{1+g_m}$$

O con signo contrario, pero ambas simultáneamente. Y (86) vale:

$$(86\text{bis}) \quad 1 \leq f = \frac{LX^{-1}DXe^{-rt}I}{LI} \leq 1+g_m = 1+I_hFX^{-1}YI$$

siendo  $F$  un coeficiente de proporcionalidad a determinar e  $I_h$  un vector horizontal de unos, análogo con el vector vertical de unos  $I$ .



Así vemos la diferencia de este modelo respecto al keynesiano: en este, a mayor propensión al consumo, mayor multiplicador y, como consecuencia, mayor incremento del producto; aquí el resultado del aumento de la correspondiente propensión  $c$  sólo tienen un efecto proporcional en el aumento del producto (77), pero que si  $c$  cumple (86) obliga al déficit presupuestario si la tasa de ganancia  $g$  del sistema permanece por debajo de (85). Otra diferencia son los niveles de gastos público e impuestos: estos son libres, no así sus diferencias.

Uno de los problemas de los modelos neoclásicos es el de tipo de interés que afecta a la determinación de la inversión: ¿de donde surge este? ¿Es una variable endógena o exógena? ¿Es monetaria o real? La solución de Keynes es la de *la eficacia marginal de capital*, que la toma de Clark como hemos visto. Aquí tenemos la oportunidad de convertirla en variable endógena. Si convertimos la matriz  $e^{-rt}$  de (86bis) en un escalar, es decir, en un solo tipo de interés y un plazo único de actualización de rendimientos futuros, tomamos además como numerario  $L\mathbf{I}$ , es decir, hacemos  $L\mathbf{I}=1$  y despejamos el tipo de interés  $r$  queda:

$$(87) \quad r \Rightarrow \frac{1}{t} \times \frac{LX^{-1}DXI}{1+I_hFX^{-1}YI}$$

Hay que recordar que (87) es la condición final de la condición (85) sobre la tasa de ganancia del reparto del excedente, que obliga a su vez a entrar en un déficit presupuestario. Aunque no es fácil encontrar el sentido económico de (87), lo que sí no dice es que, a partir de un cierto nivel de tipos de interés, las inversiones caen lo suficiente (y bruscamente) como para que el presupuesto público deba ir al déficit si quiere compensar esa caída de la demanda agregada (las inversiones son una parte de esta) y mantener el equilibrio entre oferta y demanda agregadas. Es una conclusión acorde con la que surge de los modelos keynesianos, pero con tres diferencias: la de aquí es brusca, no hay multiplicador -con lo que un efecto tiende a compensar al otro-, y, por último, aquí la variable es endógena. En el caso particular que los coeficientes de renovación de la inversiones  $D$  fueran iguales y unitarios,  $D$  sería un escalar igual a  $\mathbf{1}$  y (87) se convertiría en:

$$(88) \quad r \Rightarrow \frac{1}{t} \times \frac{1}{1 + I_h F X^{-1} Y I}$$

Una conclusión general de este modelo es la siguiente: este es compatible con un equilibrio a corto plazo en términos de valor si los precios de los bienes de consumo finales (no básicos en Sraffa)  $P_y$  –no importa cómo lo sean los precios de los medios  $P$  y  $P_z$ – son lo suficientemente flexibles como mecanismo de ajuste entre oferta y demanda y van en la dirección del equilibrio general, pero a más plazo la situación de *desequilibrio* será lo normal, salvo que el Estado equilibre la situación con sus saldos presupuestarios. El problema del mecanismo de ajuste señalado –tan caro a los neoclásicos– es que no necesariamente van a ir en la dirección que iguale la oferta y demanda agregadas porque el resultado de las variaciones de los precios  $P_y$  son fruto de decisiones descentralizadas de millones de particulares que buscan su propio interés. En este modelo no existe *mano invisible*, a pesar de que existan mercados que equilibren las ofertas y demandas de cada uno de los bienes y servicios producidos. Ello obliga a una actuación rápida del Estado a través del presupuesto. Este modelo macroeconómico de raíz esrafiano es compatible con las crisis y los ciclos y, aunque no los explica del todo (sólo la idea de desequilibrio entre oferta agregada y demanda agregada), permite desarrollar una manera de evitarlos o paliarlos en lo posible mediante una política presupuestaria adecuada, conocidas las variables  $W$ ,  $G$ ,  $G_m$ ,  $L$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $E_x$ ,  $I_m$ ,  $r$ ,  $c$ ,  $d$  y  $D$ .

## La demanda de dinero keynesiana.

En la obra de Sraffa *Producción de mercancías por medio de mercancías* no intenta siquiera esbozar algo parecido a una teoría de la inflación que pudiera derivarse de su modelo. No obstante, en el apéndice B que lleva el largo título de “Notas sobre productos no-básicos que se auto reproducen”, contempla la posibilidad de que los precios de un producto aumentaran exponencialmente si “una mercancía entra en su propia producción de en un grado desusadamente grande”. Pone como ejemplo las habas aunque creo que podría haber puesto cualquier otro producto. Como es habitual Sraffa no hace explícita las ecuaciones de definición de su sistema, lo cual dificulta seguir el razonamiento económico que sigue. El argumento de Sraffa es que un producto no-básico puede aumentar su precio sin límite por que se le aplique una tasa de ganancia superior a la media dado que eso dará lugar origen a un precio que no va a influir en el resto de los precios –y por tanto en los precios de productos finales que compran medios de producción- por ser precisamente no-básico.

Pues bien, el caso de las habas de Sraffa se puede generalizar a partir de su propio esquema. Partimos de la ecuación que define su modelo, pero con tasas de ganancia *pre-factum* del tipo:

$$(1) \quad PY = (1 + g)[PX + wL]$$

donde  $P$  es el vector de precios  $1 \times n$ ,  $Y$  la matriz cuadrada diagonal  $n \times n$ ,  $g$  la tasa de ganancia,  $X$  la matriz  $n \times n$  de medios de producción,  $w$  la tasa de salarios y  $L$  el vector de inputs de trabajo. Conseguido (1) obtenemos (2) haciendo cero el tipo de salarios:

$$(2) \quad PY = (1 + g_M)PX$$

donde lo nuevo es que ahora a la tasa de ganancia media  $g$  se le añade la tasa de ganancia máxima  $g_M$  a consecuencia del supuesto sobre los salarios. De las ecuaciones (1) y (2) se obtiene:

$$(3) \quad P = \frac{w(1 + g)}{g_M - r} \times LX^{-1}$$

La inflación de (3) se deriva de que si los empresarios, gestores, etc. aumentaran la tasa de ganancia hasta acercarlas a  $g_M$  entonces el quebrado de (3) aumentaría sin límite. Sin embargo en el modelo de Sraffa el dinero y su demanda no juega ningún papel nada más que sabemos existe en la economía real. Parece un vacío de Sraffa, aunque comprensible, si el italiano lo que sólo deseaba era atacar a neoclásicos y marginalistas. Ahora bien, en el esquema de Sraffa, salarios y ganancias se determina a partir de la resolución del sistema conjuntamente con los precios. Si ahora tuviéramos aparte un modelo de que relacionara las ganancias de Sraffa con una variable que representa el dinero en circulación, la oferta monetaria o la cantidad de dinero (hay varias posibilidades), entonces, de la coyunda de ambos modelos debería surgir otro mixto donde los precios estarían relacionados explícitamente con la variable monetaria mencionada. Pues bien, el libro de Keynes *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero* ofrece semejante posibilidad. En su página<sup>10</sup> 154 señala tres posibles de demanda de dinero y sus motivos: por la necesidad de efectuar transacciones “para operaciones corrientes de cambios, personal y de negocios”; el segundo es el de “precaución” por “el deseo de seguridad ante el futuro”; el tercero es el “especulativo” para conseguir ganancias “por saber mejor lo que el mercado traerá consigo”. Según esto, una posible ecuación que concretara lo anterior podría ser:

$$(3) \quad M_d = h(PYI, g)$$

donde  $M_d$  es la demanda de dinero,  $PYI$  es el valor del producto final tal y como la medimos en el modelo de Sraffa y  $g$  es la misma tasa o tipo que se han utilizado en las ecuaciones que definen la economía de Sraffa. Es verdad que no parece fácil fusionar en una misma variable la tasa de ganancia *esraffiana* que mide las ganancias ganadas con la tasa de interés keynesiana que da origen a la demanda de dinero por motivos especulativos. Pero no haremos diferenciación y supondremos que ambas son la misma tasa.  $PYI$  representa el nivel de producción keynesiano, pero con las variables que recoge el modelo de Sraffa. Lo característico de (3) es que:

---

<sup>10</sup> En FCE

$$(4) \quad \frac{dM_d}{dPYI} > 0$$

$$(5) \quad \frac{dM_d}{dg} < 0$$

es decir, que la demanda de dinero aumenta con la actividad económica y disminuye con el deseo “de saber lo que el futuro traerá consigo”, es decir, debido a la incertidumbre sobre el futuro.

Supondremos ahora que la demanda de dinero  $M_d$  se corresponde con la variable monetaria de la que va a ser la autoridad monetaria o gubernamental, que suele ser la oferta monetaria. Puesto que es una autoridad pública o no condicionada por intereses privados se puede suponer –pero se puede hacer otros supuestos- que es autónoma, es decir, que la autoridad fija los niveles de la oferta en función del interés general. Suponiendo que ello es así, si la demanda de dinero es satisfecha por la oferta, surge la ecuación:

$$(6) \quad M = h(PYI, g)$$

Ahora, como nos interesa eliminar la tasa de ganancia del modelo, convertimos en dependiente (endógena) la tasa de ganancia  $g$ , de tal forma que (6) queda:

$$(7) \quad g = h^{-1}(PYI, M)$$

cuyas derivadas respecto al nivel de producción  $PYI$  es positiva y respecto a la oferta monetaria  $M$  es negativa. Si ahora sustituimos (7) en (3) y pos-multiplicamos la ecuación por el vector de unos  $\mathbf{I}$ , es decir, sumamos los precios, queda:

$$(8) \quad PI = \frac{w(1 + h^{-1}(PYI, M))}{g_M - h^{-1}(PYI, M)} \times LX^{-1}I$$

Y en (8) hemos conseguido una función implícita de precios y oferta monetaria, donde no se puede obtener los unos en función de la otra, pero ahí están Sraffa (nivel de precios  $PI$ ) y Keynes (oferta monetaria

$M$ ). Incluso podemos tomar precios relativos en términos de salario (numerario) dividiendo (8) entre la tasa de salarios  $w$ .

Pero (8) no sólo tiene el problema aludido, sino otro más. En efecto, si tomamos el valor de los productos finales  $PYI$  como motivo de demanda ocurre que el nivel de precios (o suma de precios) que queremos explicar en función de la oferta monetaria aparecen en ambos lados de la ecuación. En la macroeconomía que surge con Keynes la producción nacional o el PIB se suele tomar como variable real a pesar de que la producción en términos físicos va valorada a los precios de mercado. Para comparar períodos entre sí lo que se hace es deflactar esa variable mediante algún índice de precios apropiado. Aquí no podemos porque no tenemos ese índice, y de construirlo parece difícil no hacerle depender de la tasa de ganancia  $g$ , con lo cual se volvería a caer en problemas de circularidad como ha ocurrido con los precios en  $P$  (8). Por todo ello, vamos a modificar (3) para hacer depender la demanda de dinero de los bienes físicos y servicios sin que aparezcan los precios que son los que han de explicarse posteriormente. Según eso, (3) se convierte en:

$$(9) \quad M_d = h(qYI, g)$$

siendo  $q$  unos multiplicadores semejantes a los multiplicadores de la mercancía-patrón pero que permiten hallar un valor del producto nacional sin referencia a los precios. En cualquier caso, estos multiplicadores deberían estimarse o tomar una medida del producto nacional exento de los precios y de su posible variación de precios. Si ahora repetimos el proceso anterior queda:

$$(10) \quad PI = \frac{w(1 + h^{-1}(qYI, M))}{g_M - h^{-1}(qYI, M)} \times LX^{-1}I$$

En (10) vemos que los precios dependen proporcionalmente de los salarios, directamente del nivel de producción (pero no proporcional), directamente de la proporción entre inputs de trabajo  $L$  y medios de producción utilizados en el proceso productivo, inversamente de la tasa máxima de ganancia (que es una medida de la productividad del sistema) y positivamente de la oferta monetaria, aunque no proporcionalmente. La (10) nos dice que los precios aumentan con la

oferta monetaria, pero que esa dependencia puede hacerse exponencial si como consecuencia de un aumento de la oferta la expresión  $h^{-1}(qYI)$  tiende a la tasa máxima de ganancia. Hay que recordar que la expresión anterior era la tasa de ganancia normal del sistema. Luego con (10) se hila la oferta monetaria keynesiana con la tasa ganancia de Sraffa y con su tasa máxima de ganancia. La originalidad que surge del modelo de Sraffa es precisamente esto último: la importancia que tiene la tasa de ganancia habitual  $g$  (en este caso sustituidos sus efectos por la oferta monetaria keynesiana) cuando aumenta a la tasa máxima de ganancia. Hay que recordar que esta tasa de ganancia máxima surge ante la imposibilidad de aceptar la razón-patrón de Sraffa cuando nos salimos de la producción simple. En la producción simple la razón-patrón representaba dos cosas muy distintas conceptualmente: una medida del excedente y la máxima ganancia que se puede obtener para que se viable el sistema. Llegado a esta punto, que  $g_m$ , es decir esta tasa máxima, sea una sola cosa (ganancia máxima) o la dos (la razón-patrón  $R$ ) va a depender si estamos en la producción conjunta o en la producción simple, respectivamente. Ello a su vez dependerá de la matriz  $Y$  de productos finales: si  $Y$  es diagonal estamos en la producción simple, si no lo es, es decir, si en  $Y$  pueden tener un valor positivo cada uno de sus elementos, entonces estamos en la conjunta *esrafiana*.

Otro paso. Vamos a concretar la función de demanda de dinero con el fin de poder llegar a una ecuación de precios en función de la oferta monetaria que pudiera ser contrastada empíricamente. Sea esta función:

$$(11) \quad M_d = a(q_1 Y I) e^{-tg}$$

siendo  $a$  un coeficiente que surgirá de la contrastación,  $e$  la base de los logaritmos neperianos,  $q_1$  es un vector horizontal de multiplicadores de los productos finales e  $I$  el vector vertical de unos. En (11) se cumple que la demanda de dinero depende positivamente de la producción (esrafiana) y inversamente (pero no proporcional) de la tasa de ganancia (esrafiana). Si despejamos de (11) la tasa de ganancia  $g$  y teniendo en cuenta la ecuación de equilibrio  $M_d=M$ , obtenemos:

$$(12) \quad g = \frac{1}{t} \log \frac{M}{aq_1 Y I}$$

Si ahora sustituimos (12) en (3) sale:

$$(13) \quad PI = \frac{w \left[ 1 + \frac{1}{t} \log \frac{M}{aq_1 YI} \right]}{g_M - \frac{1}{t} \log \frac{M}{aq_1 YI}} \times LX^{-1} I$$

Quedaría ahora estimar la tasa de ganancia máxima  $g_m$  para tener una posibilidad empírica de contrastar (13) con la realidad, además de los multiplicadores  $q$  y de los parámetros  $a$ , y  $c$ . Esta tasa  $g_m$  ha surgido de hacer cero la tasa de salarios en la ecuación que define el sistema de Sraffa. De hecho,  $g_m$  puede ser obtenida despejándola de (2) y queda:

$$(14) \quad g_m = \frac{P[Y - X]I}{PXI}$$

Esta ecuación nos vuelve a la discusión anterior: si estamos en la producción simple sería la razón-patrón independiente de los precios; si estamos en la conjunta la tasa máxima de ganancia en (14) depende de los precios, que es justamente la variable que se quiere estimar (endógena), por lo que (14) no nos vale. Eso sí, nos da una pista: la tasa máxima de ganancia depende del valor global del excedente relativo. Por ello, una manera de estimarlo sería a través de (15):

$$(15) \quad g_m = cq_2 X^{-1} [Y - X]I = cq_2 [X^{-1}Y - I_d]I$$

siendo  $q_2$  el segundo vector de multiplicadores que posibilitan (15) e  $I_d$  la matriz diagonal de unos. Si ahora sustituimos (15) en (13) queda;

$$(16) \quad PI = \frac{w \left[ 1 + \frac{1}{t} \log \frac{M}{aq_1 YI} \right]}{cq_2 [X^{-1}Y - I_d]I - \frac{1}{t} \log \frac{M}{aq_1 YI}} \times LX^{-1} I$$

Y en (16) tenemos los precios  $PI$  dependientes de la oferta monetaria pasados por el tamiz *esrafiano*. Es verdad que quedan los



multiplicadores  $q_1$  y  $q_2$  que hay que estimar, pero (16) ya parece más cerca de la realidad que cuando empezábamos el artículo.

## Bibliografía

Afriat, S.: "Sraffa's Prices", Università degli Studi di Siena, quaderni 474.

[www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf](http://www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf)

Ahijado, M.: "Distribución, precios de producción y crecimiento", 1982, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Ahijado, M.: "Piero Sraffa: notas para una biografía intelectual", 1985, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Barceló, A. y Sánchez, J.: "Teoría económica de los bienes autorreproducibles", Edit. Oikos-Tau, 1988.

Blanchard, O.: "Macroeconomía", edit. Prentice-Hall, 2000 (*Macroeconomics*, 2000).

Bour, Enrique A.: "Marx y la teoría económica moderna", 2007

<http://www.aaep.org.ar/anales/works/works2007/bour.pdf>

Caballero, A. y Lluch, E.: "Sraffa en España", Investigaciones Económicas (2ª época, vol. X, n.º 2), 1986.

Dobb, M.: "Teoría del valor y de la distribución desde Adam Smith", edit. Siglo XXI editores.

Desai, M.: "Marxian Economic Theory", 1974 [*Lecciones de teoría económica marxista*, 1977, edit. Siglo XXI].

Dobb, M.: "The Sraffa system and the critique of neoclassical theory of distribution", 1970.

Estrin, S. y Laidler, D.: "Introduction microeconomics".

Fiorito, Alejandro: "La implosión de la economía neoclásica". Está en la red:

[www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf](http://www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf)

Foncerrada, Luis Antonio: "Sraffa y Böhm-Bawerk". Está en la red:

<http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/FoncerradaPLA/tesis.pdf>

García, N.E.: "La crisis de la macroeconomía", edit. Marcial Pons, 2010.

Garegnani, P.: "El capital en la teoría de la distribución", 1982, ed. Oikos-Tau ("Il capitale nelle teorie della distribuzione", 1982)

Garegnani, P.: "Heterogeneous Capital, The Production Function and the Theory of Distribution", 1970

Gehrke, Ch. y Kurz, D.: "Sraffa on von Bortkiewicz". Está en la red:

[http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509\\_Bortkiewicz.pdf](http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509_Bortkiewicz.pdf)

Harcourt, G.C.: "Teoría del Capital" (*Some Cambridge controversies in the theory of capital*, 1975), apéndice al cap. 4, 1975, edit. Oikos-tau.

Heathfield, D. F.: "Productions functions".

Keynes, J.M.: "Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero", FCE, 1992 (The General Theory of Employment, the Interest and Money, 1936).

Korsch, Karl; "Karl Marx", 1975, traducción de Manuel Sacristán, edit. Ariel.

Kurz, Pasinetti, Salvador y otros: "Piero Sraffa: The Man and the Scholar", Routledge, 2008.

Kurz D. Heinz; "Critical Essays on Piero Sraffa's Legacy in Economics", 2000, Cambridge University Press.

Kurz D. Heinz and Salvadori, Neri; "Theory of Production", 1997.

Lange, O., Taylor, F. M.: "On the Economic Theory of Socialism, 1938 [Sobre la teoría económica del socialismo, 1971, edit. Ariel]

Marsahll, Alfred: "Principios de Economía, Fundación ICO, 2005 [Principles of Economy, 1890]

Marx, Carlos: "El método en la Economía Política", 1974, Ediciones Grijalbo, S.A.

Marx, Carlos: "El Capital", en el FCE, traducción de Wenceslao Roces.

Meade, J.: "A neo Classical Theory of Economic Growth", 1961.

Meek, R.: "Mr. Sraffa's Rehabilitation of Classical Economics", 1961.

Mendoza, Gabriel: "La transformación de valores en precios de producción", 1997 [http://www.izt.uam.mx/economiatyp/numeros/numeros/10/articulos\\_PDF/10\\_2\\_La\\_transformacion.pdf](http://www.izt.uam.mx/economiatyp/numeros/numeros/10/articulos_PDF/10_2_La_transformacion.pdf)

Mora Plaza, A.: "Aspectos de la economía de Sraffa", revista: Nómadas, n. 23, U. Complutense de Madrid, enlace: <http://www.ucm.es/info/nomadas/23/antoniomora.pdf>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre la producción simple y conjunta a consecuencia de Sraffa": <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/181/18112179020.pdf>;

Mora Plaza, A.: "Sobre la transformación de valores a precios": <http://www.eumed.net/ce/2009b/amp2.htm>  
<http://revistas.ucm.es/cps/15786730/articulos/NOMA1010140379A.PDF>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre el teorema fundamental marxiano" <http://www.eumed.net/ce/2009b/amp.htm>  
[http://econpapers.repec.org/article/ervcontri/y\\_3a2009\\_3ai\\_3a2009-10\\_3a22.htm](http://econpapers.repec.org/article/ervcontri/y_3a2009_3ai_3a2009-10_3a22.htm)

Morhisima, M.: "La teoría económica de Marx" (*Marx's Economics, 1973*), 1977, pág. 15, edit. Tecnos.

Moseley, F.: "El método lógico y el problema de la transformación". <http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num7/a8.htm>

Murga, Gustavo: "Piero Sraffa".

[http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com\\_content&task=view&id=100&Itemid=1](http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com_content&task=view&id=100&Itemid=1)

Neri, Salvador: "Besicovitch, Sraffa and the existence of Standard Commodity", 2010:

[http://host.uniroma3.it/eventi/sraffaconference2010/abstracts/pp\\_salvadori.pdf](http://host.uniroma3.it/eventi/sraffaconference2010/abstracts/pp_salvadori.pdf)

Nuti, D.: "Capitalism, Socialism and Steady Growth", 1970.

Okishio, N.: "A mathematical note on marxian theorems", 1963.

Pasinetti, L.: "Critical of the neoclassical theory of growth and distribution". Está en la red:

[http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf\\_files/Treccani.pdf](http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf_files/Treccani.pdf)

Pasinetti, L.: "Structural Change and Economic Growth: a theoretical essay on the dynamics of Wealth of Nations", 1981, Cambridge University Press.

Pasinetti, L.: "Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth", 1961/2.

Pasinetti, L.: "Switches of technique and the rate of return in Capital Theory", 1969.

Pasinetti, L.: "Crecimiento económico y distribución de la renta" ("*Growth and Income Distribution*", 1974), 1978, Alianza Editorial.

Pasinetti, L.: "Lecciones de teoría de la producción" ("*Lezioni di teoria della produzione*", 1975), 1983, FCE.

Peris i Ferrando, J.E: "Análisis de la resolubilidad de modelos lineales de producción conjunta", 1987, en internet:

<http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3829/1/Peris%20Ferrando,%20Josep.pdf>

Potier, J.P.: "Piero Sraffa", 1994, edicions Alfons Magnànim.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Robinson, J.: "Ensayos críticos", 1984, Ediciones Orbis.

Roncaglia, Alessandro: "Piero Sraffa", Edit. Palgrave MacMillan, 2009.

Roncaglia, Alessandro: "La riqueza de las ideas", Prensas Universitarias de Zaragoza, 2009 ("*The Wealth of Ideas. A History of Economic Thought*", Cambridge University Press, 2005).

Roncaglia, Alessandro: "Sraffa and the Theory of Prices", 1978 [*Sraffa e la teoria dei prezzi*, 1975]

Samuelson, Paul: "Understanding the Marxian notion of Exploitation", 1971.

Sánchez Choliz, Julio: "La razón-patrón de Sraffa y el cambio técnico", 1989, Investigaciones Económicas, 2ª época, Vol. XIII.

<ftp://ftp.funep.es/InvEcon/paperArchive/Ene1989/v13i1a7.pdf>

Sargent, T.J.: "Teoría macroeconómica" (*Macroeconomic Theory, 1979*), 1988, Antoni Bosch editor.

Schefold, Bertram: "Mr. Sraffa on Joint Production", 1971

Schumpeter, J. A.: "Historia del Análisis Económico" (*History of Economic Analysis, 1954*), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Serrano, Franklin: "Histérisis, Dinámica inflacionaria y el Supermultiplicador Sraffiano", 2006: <http://www.elgermen.com.ar/wordpress/wp-content/uploads/Serrano-F-Hist%C3%A9resis-Din%C3%A1mica-Inflacionaria-y-el-Supermultiplicador-Sraffiano.pdf>

Steedman, I.: "Marx, Sraffa y el problema de la transformación" (*Marx after Sraffa, 1977*), 1985, F.C.E.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", 2004, Alianza editorial Tecnos.

Subiza Martínez, B.: "Juegos matriciales y su aplicación a la teoría Perron-Frobenius", U. de Alicante; [http://www.ine.es/revistas/estaespa/112\\_3.pdf](http://www.ine.es/revistas/estaespa/112_3.pdf)

Solow, R.: "The interest rate and transition between techniques", 1967.

Sraffa, Piero: "Producción de mercancías por medio de mercancías" (*Production of commodities by means commodities, 1960*), 1975, Oikos-Tau.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation,*), 1973, F.C.E.

Vegara, J. M.: "Economía política y modelos multisectoriales", 1979, edit. Tecnos.

Varios: "Matemáticas avanzadas aplicadas a la Economía", UNED, 2001.

Varios: "The Keynesian Multiplier", edit. Routledge Frontiers of Political Economy, 2008

$$p_j y_j = w l_j + (1+r) \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} \quad \text{desde } j=1 \text{ a } j=n$$
$$p_j y_j = (1+R) \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} \quad \text{desde } j=1 \text{ a } j=n$$
$$\sum_{j=1}^n p_j y_j - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} = 1$$
$$\sum_{j=1}^n l_j = 1$$